$k = \frac{a^2}{2}$, el lugar geométrico se reduce al punto $\left(\frac{a}{2}, 0\right)$; y si $k < \frac{a^2}{2}$, no existe ningún lugar geométrico.

EJERCICIOS. Grupo 19

Dibujar una figura para cada ejercicio.

Todos los teoremas enunciados en los siguientes ejercicios deben demostrarse *analíticamente*. De manera semejante, todos los problemas de lugares geométricos deben resolverse analíticamente.

1. Las longitudes de las dos tangentes trazadas a una circunferencia desde un punto exterior son iguales.

2. Si de un punto cualquiera de una circunferencia se traza una perpendicular a un diámetro, la longitud de la perpendicular es media proporcional entre las longitudes de los dos segmentos en los que divide al diámetro.

3. Todo diámetro perpendicular a una cuerda la divide en dos partes iguales.

4. En dos circunferencias secantes la recta de los centros es perpendicular a su cuerda común en su punto medio.

5. Si por los extremos de un diámetro se trazan dos cuerdas paralelas, éstas son iguales.

6. Se tiene una circunferencia circunscrita a cualquier triángulo dado. Demostrar que el producto de las longitudes de dos lados cualesquiera del triángulo es igual al producto de la longitud del diámetro por la longitud de la altura trazada al tercer lado.

7. Un punto se mueve de tal manera que la suma de los cuadrados de sus distancias a los puntos $(2, 0)$ y $(-1, 0)$ es siempre igual a 5. Hallar e identificar la ecuación de su lugar geométrico.

8. Un punto se mueve de tal manera que su distancia del punto $(4, 2)$ es siempre igual al doble de su distancia del punto $(-1, 3)$. Hallar e identificar la ecuación de su lugar geométrico.

9. Un punto se mueve de tal manera que su distancia del punto $(2, -2)$ es siempre igual a un tercio de su distancia del punto $(4, 1)$. Hallar e identificar la ecuación de su lugar geométrico.

10. Un punto se mueve de tal manera que el cuadrado de su distancia del punto $(1, 2)$ es siempre igual al doble de su distancia de la recta $3x + 4y - 1 = 0$. Hallar e identificar la ecuación de su lugar geométrico.

11. Un punto se mueve de tal manera que la suma de los cuadrados de sus distancias de los tres puntos $(0, 3)$, $(3, 0)$ y $(-2, -2)$ es siempre igual a 30. Hallar e identificar la ecuación de su lugar geométrico.

12. Un punto P se mueve de tal manera que su distancia de un punto fijo es siempre igual a k veces su distancia de otro punto fijo. Demostrar que el lugar geométrico de P es una circunferencia para valores apropiados de k.

13. Un punto P se mueve de tal manera que el cuadrado de su distancia de la base de un triángulo isósceles es siempre igual al producto de sus distancias de los otros dos lados. Demostrar que el lugar geométrico de P es una circunferencia.